

درس: جبر و احتمال

۱- با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید.

$$\text{الف) } \frac{1}{1 \times 3} + \frac{4}{3 \times 5} + \frac{9}{5 \times 7} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

$$\text{ب) } \forall n \geq \mathcal{N} : n_1 > 3^n$$

$$\text{ج) } \forall n \in \mathcal{N} : 14 \mid 2^{3n+6}$$

(2^{3n+6} بر ۱۴ بخشپذیر است)

۲- با استدلال استنتاجی نشان دهید به ازاء هر عدد صحیح a عدد $a^2 + a$ همواره زوج است.

۳- در یک فروشگاه ۳۰ مانتو در سه مدل A و B و C سه رنگ مشکی و کرم و سبز وجود دارد حافل چند مانتو با یک رنگ و یک مدل وجود دارد.

۴- با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید.

$$\text{الف) } \{(A \cup B) - A'\} \cup \{B \cup (A - B')\} - A' = A$$

$$\text{ب) } B \cup C = B \cup A, B' \cup C = B' \cup A \rightarrow A = C$$

۵- اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}; |x| < 3\}$ و $B = \{2k-1 \mid -3 < k < 1\}$ باشد $B \times A$ و $A \times B$ را با اعضا مشخص کنید سپس نمودارهای آنها را رسم کنید.

۶- رابطه R, Z به صورت $aRb \leftrightarrow \Delta I a-b$ تعریف شده است.

الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) رابطه R مجموعه Z را به چند کلاس هم ارزی افراز می کند

۷- نمودار رابطه زیر را رسم کنید.

$$R_3 = \{(x, y) \mid |y-x| < 3, |x| < 3\}$$

۸- در جعبه ای ۵ مهره سیاه و ۷ مهره قرمز و ۲ سفید موجود است. شخصی ۲ مهره از کیسه خارج می کند احتمال آنکه

اولاً: هر سه مهره هم رنگ باشد
ثانیاً: ۲ مهره سیاه و یک مهره قرمز باشد
ثالثاً: هم رنگ نباشد
رابعاً: حافل ۱ مهره قرمز باشد.

۹- نقطه ای از محدوده $y < 4$ و $x > 0$ انتخاب می کنیم. احتمال اینکه $2x + y > 2$ باشد را بیابید.

۱۰- اگر احتمال تولد یک پسر و یک دختر مساوی برابر $\frac{1}{2}$ باشد در ۵ زایمان احتمال بدینا آوردن دو پسر را بیابید.